

2

平行四边形的判定

取四根细木条，其中两根长度相等，另两根长度也相等，能否在平面内将这四根细木条首尾顺次相接搭成一个平行四边形？说说你的理由，并与同伴交流。

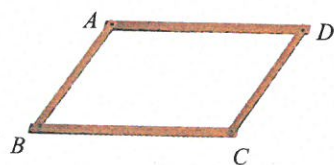
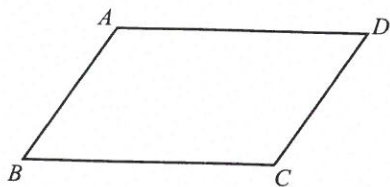


图 6-7

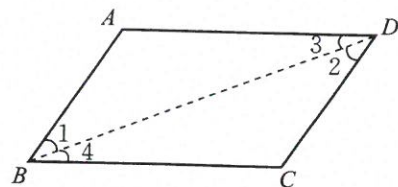


定理 两组对边分别相等的四边形是平行四边形.

已知：如图 6-8 (1)，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = CD$ ， $AD = CB$.
求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



(1)



(2)

图 6-8

证明：如图 6-8 (2)，连接 BD .

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 中，

$\because AB = CD, AD = CB, BD = DB,$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB.$

$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4.$

$\therefore AB \parallel CD, AD \parallel CB.$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 (平行四边形的定义).



议一议

(1) 取两根长度相等的细木条，你能将它们摆放在一张纸上，使得这两根

细木条的四个端点恰好是一个平行四边形的四个顶点吗?

(2) 如果四边形有一组对边相等, 那么还需要添加什么条件, 才能使它成为平行四边形? 与同伴交流.



定理 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.



已知: 如图 6-9 (1), 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel \textcircled{1} CD$.

求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

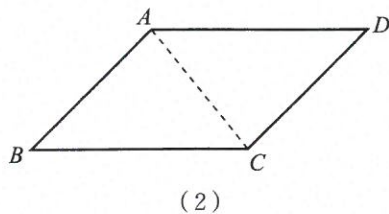
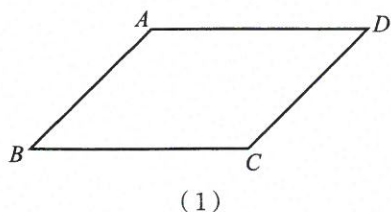


图 6-9

证明: 如图 6-9 (2), 连接 AC .

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DCA.$$

$$\text{又} \because AB = CD, AC = CA,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA.$$

$$\therefore BC = DA.$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 (两组对边分别相等的四边形是平行四边形).

你还有其他证法吗? 与同伴交流.

例1 已知: 如图 6-10, 在 $\square ABCD$ 中, E , F 分别为 AD 和 CB 的中点.

求证: 四边形 $BFDE$ 是平行四边形.

证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = CB \text{ (平行四边形的对边相等)},$$

$$AD \parallel CB \text{ (平行四边形的定义)}.$$

$$\therefore E, F \text{ 分别是 } AD \text{ 和 } CB \text{ 的中点},$$

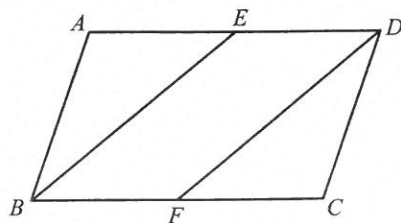


图 6-10

① 符号“ \parallel ”表示平行且相等, 读作“平行且等于”.

$$\therefore ED = \frac{1}{2} AD, FB = \frac{1}{2} CB.$$

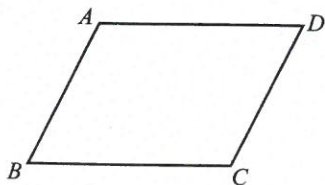
$$\therefore ED = FB, ED \parallel FB.$$

\therefore 四边形 $BFDE$ 是平行四边形 (一组对边平行且相等的四边形是平行四边形).

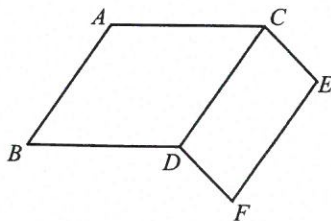


随堂练习

1. 如图, 线段 AD 是线段 BC 经过平移得到的, 分别连接 AB, CD , 四边形 $ABCD$ 是平行四边形吗? 请说明理由.



(第1题)



(第2题)

2. 如图, $AC = BD$, $AB = CD = EF$, $CE = DF$. 图中有哪些互相平行的线段? 请说明理由.

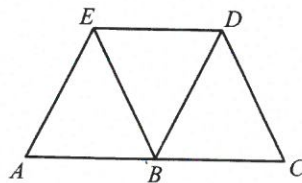


习题 6.3

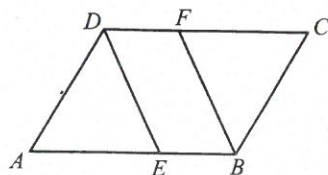


知识技能

- 如图, $AC \parallel DE$, 点 B 在 AC 上, 且 $AB = DE = BC$. 找出图中的平行四边形, 并说明理由.
- 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 AB 和 CD 上, $BE = DF$.
求证: 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.



(第1题)



(第2题)