

第四章 因式分解

你能把 $99^3 - 99$ 化成几个整数的乘积的形式吗？类似地，你能把 $a^3 - a$ 化成几个整式的乘积的形式吗？

本章将研究如何把一个多项式分解成若干个整式的乘积的形式，你将体会到这一过程与整式乘法运算的联系。

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

学习目标

- 体会因式分解的意义
- 能运用提公因式法和公式法进行因式分解，发展运算能力
- 体会因式分解与整式乘法之间的联系与区别

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

因式分解号

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

整式乘法号

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

1

因式分解

$99^3 - 99$ 能被 100 整除吗? 你是怎样想的? 与同伴交流.

小明是这样做的:

$$\begin{aligned} 99^3 - 99 &= 99 \times 99^2 - 99 \times 1 \\ &= 99(99^2 - 1) \\ &= 99 \times 9800 \\ &= 98 \times 99 \times 100. \end{aligned}$$

所以, $99^3 - 99$ 能被 100 整除.

$99^3 - 99$ 还能被哪些正整数整除?

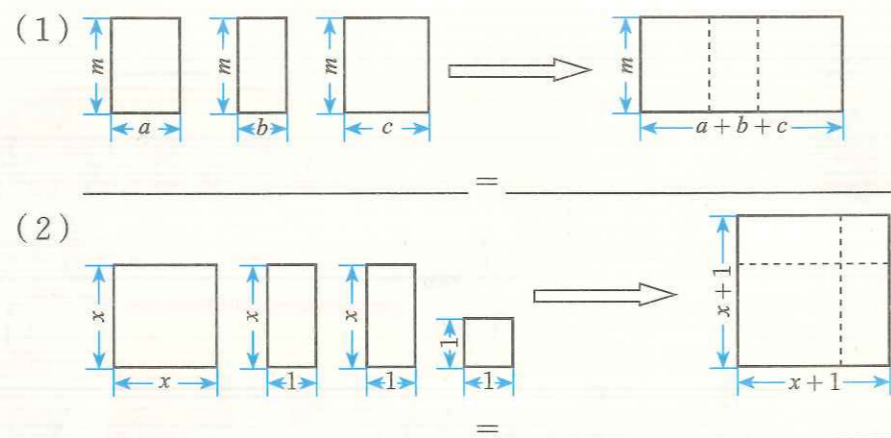
在这里, 解决问题的关键是把一个数式化成了几个数的积的形式.

议一议

你能尝试把 $a^3 - a$ 化成几个整式的乘积的形式吗? 与同伴交流.

做一做

观察下面拼图过程, 写出相应的关系式.



把一个多项式化成几个整式的积的形式, 这种变形叫做因式分解 (factorization). 例如, $a^3 - a = a(a+1)(a-1)$, $am + bm + cm = m(a+b+c)$, $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$ 都是因式分解. 因式分解也可称为分解因式.

做一做

计算下列各式:

- (1) $3x(x-1) =$ _____;
- (2) $m(a+b-1) =$ _____;
- (3) $(m+4)(m-4) =$ _____;
- (4) $(y-3)^2 =$ _____.

根据上面的算式进行因式分解:

- (1) $3x^2 - 3x = (\quad)(\quad)$;
- (2) $ma + mb - m = (\quad)(\quad)$;
- (3) $m^2 - 16 = (\quad)(\quad)$;
- (4) $y^2 - 6y + 9 = (\quad)(\quad)$.

想一想

因式分解与整式乘法有什么关系? 请举例说明.

随堂练习

1. 连一连:

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 \\ 9 - 25x^2 \\ x^2 + 6x + 9 \\ xy - y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+3)^2 \\ y(x-y) \\ (3-5x)(3+5x) \\ (x+y)(x-y) \end{aligned}$$

2. 下列由左边到右边的变形, 哪些是因式分解? 为什么?

- (1) $(a+3)(a-3) = a^2 - 9$;
- (2) $m^2 - 4 = (m+2)(m-2)$;
- (3) $a^2 - b^2 + 1 = (a+b)(a-b) + 1$;
- (4) $2mR + 2mr = 2m(R+r)$.

习题 4.1

知识技能

1. 连一连:

$x^2 + 4x + 4$

$x^2 - 2x + 1$

$4x^2 - 1$

$x^2 - 1$

$x^2 - 4$

$(x+2)(x-2)$

$(x-1)(x+1)$

$(x-1)^2$

$(x+2)^2$

$(2x-1)(2x+1)$

数学理解

2. 下列由左边到右边的变形, 哪些是因式分解?

(1) $a(x+y) = ax + ay$;

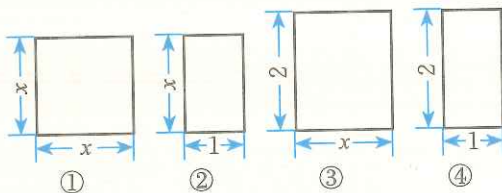
(2) $10x^2 - 5x = 5x(2x-1)$;

(3) $y^2 - 4y + 4 = (y-2)^2$;

(4) $t^2 - 16 + 3t = (t+4)(t-4) + 3t$.

3. 求代数式 $IR_1 + IR_2 + IR_3$ 的值, 其中 $R_1 = 24.2$, $R_2 = 36.4$, $R_3 = 39.4$, $I = 2.5$.

4. 将下列四个图形拼成一个大长方形, 再据此写出一个多项式的因式分解.



(第4题)

问题解决

5. (1) $1999^2 + 1999$ 能被 1999 整除吗? 能被 2000 整除吗?

(2) $16.9 \times \frac{1}{8} + 15.1 \times \frac{1}{8}$ 能被 4 整除吗?