

庖丁解牛^①

《庄子》

庖丁为文惠君^②解牛，手之所触^③，肩之所倚，足之所履^④，膝之所踣^⑤，砉然向然^⑥，奏刀騞然^⑦，莫不中音^⑧。合于《桑林》之舞^⑨，乃中《经首》之会^⑩。

文惠君曰：“嘻，善哉！技盖^⑪至此乎？”

庖丁释刀对曰：“臣之所好者道^⑫也，进乎技矣^⑬。始臣之解牛之时，所见无非牛者^⑭；三年之后，未尝见全牛也^⑮。方今之时，臣以神遇而不以目视^⑯，官知止而神欲行^⑰。依乎天理^⑱，批大郤^⑲，导大窾^⑳，因其固然^㉑，技经肯綮之未尝^㉒，而况大辄^㉓乎！良庖岁更^㉔刀，割^㉕也；族庖^㉖月更刀，折^㉗也。今臣之刀十九年矣，所解数千

① 选自《庄子·养生主》（《庄子集释》，中华书局2004年版）。题目是编者加的。庖丁，名为“丁”的厨师。一说即厨师，“丁”指从事专门劳动的人。

② [文惠君] 即梁惠王，战国时魏国国君。

③ [所触] 接触的地方。

④ [履] 踩。

⑤ [踣(yí)] 抵住，指宰牛之时用膝盖抵住牛。

⑥ [砉(xū)然向(xiáng)然] 砉砉作响，砉，拟声词，皮肉筋骨分离的声音。向，同“响”。

⑦ [奏刀騞(huō)然] 进刀时发出“騞”的声音。奏，进。騞，拟声词，插刀裂物的声音。

⑧ [中(zhòng)音] 合乎音律。

⑨ [合于《桑林》之舞] 合乎《桑林》舞乐的节拍。《桑林》，传说中商汤时的乐曲名。

⑩ [乃中《经首》之会] 又合乎《经首》乐曲的节拍。《经首》，传说中尧时的乐曲名。乃，又。会，节奏。

⑪ [盖] 同“盍”，何、怎么。

⑫ [道] 天道，自然的规律。

⑬ [进乎技矣] 超过技术了。进，超过。技，具体的操作技术。

⑭ [无非牛者] 没有不是（完整的）牛的。意思是跟一般人所见的一样。

⑮ [未尝见全牛也] 未曾看到完整的牛了。这是说对牛

的全身结构完全摸清了，不再把一头牛看成全牛，而是把它看成可以拆解的东西。

⑯ [臣以神遇而不以目视] 我只用精神去和牛接触，而不用眼睛去看。遇，接触。

⑰ [官知止而神欲行] 感觉器官的作用停止了，而精神在活动。意思是，解牛时可以不用感觉器官，而只靠精神活动来行事。神欲，精神活动。

⑱ [天理] 这里指牛体的自然结构。

⑲ [批大郤(xì)] 切入大的（筋骨连接处的）缝隙。批，击。郤，同“隙”，空隙。

⑳ [导大窾(kuǎn)] 引刀进入（骨节之间的）空处。导，引导，这里指引刀进入。窾，空隙。

㉑ [因其固然] 顺着牛体本来的结构。

㉒ [技经肯綮(qìng)之未尝] 脉络相连和筋骨相结合的地方，不曾拿刀去尝试。意思是，用刀的技术高超，从不经过去容易使刀口钝折的地方。技，应是“枝”字，指支脉。经，指经脉。肯，附在骨上的肉。綮，筋骨结合处。

㉓ [辄(gū)] 大骨。

㉔ [更] 更换。

㉕ [割] 割肉。

㉖ [族庖] 一般的厨师。族，众。

㉗ [折] 断，指用刀砍断骨头。

牛矣，而刀刃若新发于硎^①。彼节者有间^②，而刀刃者无厚^③；以无厚入有间，恢恢乎^④其于游刃必有余地矣！是以十九年而刀刃若新发于硎。虽然，每至于族^⑤，吾见其难为，怵然^⑥为戒，视为止，行为迟^⑦，动刀甚微^⑧。騞^⑨然已解，如土委^⑩地。提刀而立，为之四顾，为之踌躇满志^⑪，善^⑫刀而藏之。”

文惠君曰：“善哉！吾闻庖丁之言，得养生^⑬焉。”



学习提示

理想的社会是什么样的？人应该以怎样的姿态生存于世？对此，先哲的探寻从未停止过。

孔子和孟子是先秦儒家学派的代表人物，他们的思想一脉相承，又各有特点。《子路、曾皙、冉有、公西华侍坐》记录了孔子和弟子的谈话，学习时要理解四位弟子的人生志向，思考孔子为什么对他们的说法表现出不同的态度。《齐桓晋文之事》是孟子和齐宣王的一场问答，较系统地阐发了孟子的政治主张和社会理想。阅读时要注意把握文中的主要观点，梳理孟子阐述观点的思路。

庄子所代表的道家学派对社会和人生的看法与儒家很不相同。学习《庖丁解牛》，要深入思考“依乎天理”“因其固然”等语句的含义，结合对庖丁解牛过程的描写，理解其高超技艺之中蕴含的“道”，从而全面把握这个故事的寓意。

《论语》是语录体，言简意赅；《孟子》对话精彩，思辨性强，善于取譬设喻，因势利导；《庄子》常用寓言来表达思想，形象生动，富于启发性。阅读三篇文章时要注意体会这些特点。

语气助词是汉语的一个词类，用于句首、句中或句末，表达判断、陈述、疑问、感叹等语气。本课三篇文章中出现的语气助词有“也”“乎”“矣”“哉”“焉”等。阅读文章时，注意体会这些词在不同语境中所表达的不同语气，作一点归纳梳理。

背诵《子路、曾皙、冉有、公西华侍坐》。拓展阅读《季氏将伐颛臾》。

①〔新发于硎(xíng)〕刚从磨刀石上磨出来。硎，磨刀石。

②〔彼节者有间(jiàn)〕那牛骨节间有空隙。间，空隙。

③〔无厚〕没有厚度，这里形容刀口薄。

④〔恢恢乎〕宽绰的样子。

⑤〔族〕(筋骨)交错聚结的地方。

⑥〔怵(chù)然〕戒惧的样子。

⑦〔视为止，行为迟〕眼睛因为(筋骨交错聚结的地

方)而凝视不动，动作也因此慢下来。

⑧〔微〕轻。

⑨〔騞(huō)〕拟声词，迅速裂开的声音。这里形容骨与肉分开的声音。

⑩〔委〕堆积。

⑪〔踌躇满志〕悠然自得，心满意足。

⑫〔善〕这里指指拭。

⑬〔养生〕指养生之道。

谏太宗十思疏^①

魏 征

臣闻求木之长^②者，必固其根本；欲流之远者，必浚^③其泉源；思国之安者，必积其德义^④。源不深而望流之远，根不固而求木之长，德不厚而思国之理，臣虽下愚^⑤，知其不可，而况于明哲^⑥乎！人君当神器之重^⑦，居域中之大^⑧，将崇极天之峻，永保无疆之休^⑨。不念居安思危，戒奢以俭^⑩，德不处其厚，情不胜其欲，斯亦伐根以求木茂，塞源而欲流长者也。

凡百元首^⑪，承天景命^⑫，莫不殷忧^⑬而道著，功成而德衰。有善始者实繁，能克终者盖寡^⑭。岂取之易而守之难乎？昔取之而有余，今守之而不足，何也？夫在殷忧，必竭诚以待下；既得志，则纵情以傲物^⑮。竭诚则胡越为一体，傲物则骨肉为行路^⑯。虽董之以严刑^⑰，振^⑱之以威怒，终苟免而不怀仁^⑲，貌恭而不心服。怨不在大，可畏惟人^⑳；载舟覆舟^㉑，所宜深慎^㉒；奔车朽索，其可忽乎！

① 选自《贞观政要集校》卷一（中华书局2003年版）。

题目是编者加的。魏征（580—643），字玄成，巨鹿（今属河北）人，唐代政治家，以直言敢谏著称。

② [长（zhǎng）] 生长。这里指长得好。

③ [浚（jùn）] 疏通水道。

④ [德义] 德行和道义。

⑤ [下愚] 极愚昧无知的人。这里用作谦辞。

⑥ [明哲] 明智的人。这里指唐太宗。

⑦ [当神器之重] 掌握帝王的重权。当，主持、掌握。神器，指帝位。

⑧ [居域中之大] 处在天地间重要的地位上。域中，天地间。语出《老子》第二十五章：“故道大，天大，地大，王亦大。域中有四大，而王居其一焉。”

⑨ [休] 喜庆，福祿。

⑩ [戒奢以俭] 戒奢侈，行节俭。

⑪ [凡百元首]（历代）所有的帝王。凡百，所有的。

⑫ [承天景命] 承受上天的重大使命。景，大。

⑬ [殷忧] 深深忧虑。殷，深。

⑭ [能克终者盖寡] 能够保持到底的大概很少。盖，

表示推断。

⑮ [傲物] 看不起别人。物，人。

⑯ [竭诚则胡越为一体，傲物则骨肉为行路] 竭尽诚心，胡越之人也将同心同德；傲视别人，至亲骨肉也会成为不相干的路人。胡越，泛指古代居于我国北方和南方的少数民族。骨肉，指父母兄弟子女等至亲。《史记·鲁仲连邹阳列传》：“故意合则胡越为昆弟，由余、越人聚是矣；不合，则骨肉出还不收，朱、象、管、蔡是矣。”

⑰ [董之以严刑] 用严酷的刑罚督察人民。董，督察。

⑱ [振] 同“震”，威吓。

⑲ [终苟免而不怀仁] 最终只是苟且免于刑罚，但是并不会怀念（皇上的）仁德。

⑳ [怨不在大，可畏惟人] 怨恨不在于大小，可畏惧的是人民（心怀怨恨）。

㉑ [载舟覆舟] 语出《荀子·王制》：“君者舟也，庶人者水也。水则载舟，水则覆舟。”意思是，人民能拥戴皇帝，也能推翻他的统治。

㉒ [所宜深慎] 这是应当深切戒慎的。

君人者，诚能见可欲^①则思知足以自戒，将有作^②则思知止以安人，念高危则思谦冲而自牧^③，惧满溢^④则思江海下百川^⑤，乐盘游^⑥则思三驱^⑦以为度，忧懈怠则思慎始而敬^⑧终，虑壅蔽^⑨则思虚心以纳下，想谗邪^⑩则思正身以黜恶，恩所加则思无因喜以谬赏^⑪，罚所及则思无因怒而滥刑。总此十思，弘兹九德^⑫，简能而任之，择善而从之，则智者尽其谋，勇者竭其力，仁者播其惠^⑬，信者^⑭效其忠。文武争驰，在君无事，可以尽豫游^⑮之乐，可以养松、乔之寿^⑯，鸣琴垂拱^⑰，不言而化。何必劳神苦思，代下司职，役聪明之耳目，亏无为之大道哉！



步辇图（局部）〔唐〕阎立本 作

- ①〔见可欲〕看见（自己）贪图的东西。语出《老子》第三章：“不见可欲，使民心不乱。”下文的“知足”（知道满足）、“知止”（知道适可而止），语出《老子》第四十四章的“知足不辱”与“知止不殆”。
- ②〔作〕建造，兴建。这里指大兴土木、营建宫殿苑囿一类事情。
- ③〔念高危则思谦冲而自牧〕想到（君位）高而险，就要不忘谦虚，加强自身的道德修养。谦冲，谦虚。牧，养。语出《周易·谦卦》：“谦谦君子，卑以自牧。”
- ④〔满溢〕容器中水满而溢出，比喻骄傲自满而听不进不同意见。
- ⑤〔江海下百川〕江海居于百川之下（而能容纳百川），比喻有度量，善于听取各方面的意见。下，居于……之下。
- ⑥〔盘游〕游乐。这里指田猎。盘，快乐。

- ⑦〔三驱〕语出《周易·比卦》：“王用三驱。”田猎时设网三面，留一面不设，指田猎有度，不过分捕杀。
- ⑧〔敬〕慎。
- ⑨〔虑壅（yōng）蔽〕担心（耳目被）堵塞蒙蔽。
- ⑩〔谗邪〕以谗言陷害别人的邪恶之人。
- ⑪〔谬赏〕不恰当地奖赏。
- ⑫〔弘兹九德〕光大九德的修养。弘，光大。九德，指《尚书·皋陶（yáo）谟》所讲的九种品德。
- ⑬〔惠〕仁爱，宽厚。
- ⑭〔信者〕诚信的人。
- ⑮〔豫游〕出游、游乐。帝王秋天出巡为“豫”，春天出巡为“游”。
- ⑯〔松、乔之寿〕像仙人赤松子、王子乔那样的长寿。赤松子、王子乔，都是传说中的仙人。
- ⑰〔垂拱〕垂衣拱手，指不亲自处理政务。

教材版本	人教版	课题名称	向量的数乘运算
课题来源	普通高中教科书（必修 第二册）数学 A 版 第六章 6.2.3		

根据以下提供的教材内容，按第 1 课时的内容进行试教。

6.2.3 向量的数乘运算

探究

已知非零向量 a ，作出 $a+a+a$ 和 $(-a)+(-a)+(-a)$ ，它们的长度和方向分别是怎样的？

如图 6.2-14， $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = a + a + a$ 。类比的乘法，我们把 $a+a+a$ 记作 $3a$ ，即 $\overrightarrow{OC} = 3a$ 。显然 $3a$ 的方向与 a 的方向相同， $3a$ 的长度是 a 的长度的 3 倍，即 $|3a| = 3|a|$ 。

类似地，由图 6.2-14 可知， $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QM} + \overrightarrow{MN} = (-a) + (-a) + (-a)$ ，我们把 $(-a) + (-a) + (-a)$ 记作 $-3a$ ，即 $\overrightarrow{PN} = -3a$ 。显然 $-3a$ 的方向与 a 的方向相反， $-3a$ 的长度是 a 的长度的 3 倍，即 $|-3a| = 3|a|$ 。

一般地，我们规定实数 λ 与向量 a 的积是一个向量，这种运算叫做向量的数乘（scalar multiplication of vectors），记作 λa ，它的长度与方向规定如下：

- (1) $|\lambda a| = |\lambda| |a|$ ；
- (2) 当 $\lambda > 0$ 时， λa 的方向与 a 的方向相同；当 $\lambda < 0$ 时， λa 的方向与 a 的方向相反。

由 (1) 可知，当 $\lambda = 0$ 时， $\lambda a = \mathbf{0}$ 。

由 (1) (2) 可知， $(-1)a = -a$ 。

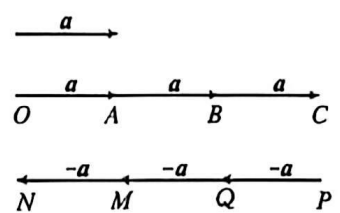


图 6.2-14

你对零向量、相反向量有什么新的认识？

思考

如果把非零向量 a 的长度伸长到原来的 3.5 倍, 方向不变得得到向量 b , 向量 b 该如何表示? 向量 a, b 之间的关系怎样?

根据实数与向量的积的定义, 可以验证下面的运算律是成立的.

设 λ, μ 为实数, 那么

- (1) $\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a$;
- (2) $(\lambda + \mu)a = \lambda a + \mu a$;
- (3) $\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b$.

你能证明这些运算律吗?

特别地, 我们有

$$(-\lambda)a = -(\lambda a) = \lambda(-a),$$

$$\lambda(a - b) = \lambda a - \lambda b.$$

向量的加、减、数乘运算统称为向量的线性运算. 向量线性运算的结果仍是向量.

对于任意向量 a, b , 以及任意实数 λ, μ_1, μ_2 , 恒有

$$\lambda(\mu_1 a \pm \mu_2 b) = \lambda\mu_1 a \pm \lambda\mu_2 b.$$

例 5 计算:

$$(1) (-3) \times 4a; \quad (2) 3(a+b) - 2(a-b) - a;$$

$$(3) (2a+3b-c) - (3a-2b+c).$$

解: (1) 原式 $= (-3 \times 4)a = -12a$;

$$(2) \text{原式} = 3a + 3b - 2a + 2b - a = 5b;$$

$$(3) \text{原式} = 2a + 3b - c - 3a + 2b - c$$

$$= -a + 5b - 2c.$$

例 6 如图 6.2-15, $\square ABCD$ 的两条对角线相交于点 M , 且 $\vec{AB} = a, \vec{AD} = b$, 用 a, b 表示 $\vec{MA}, \vec{MB}, \vec{MC}$ 和 \vec{MD} .

解: 在 $\square ABCD$ 中,

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD} = a + b,$$

$$\vec{DB} = \vec{AB} - \vec{AD} = a - b.$$

由平行四边形的两条对角线互相平分, 得

$$\vec{MA} = -\frac{1}{2}\vec{AC} = -\frac{1}{2}(a+b) = -\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b,$$

$$\vec{MB} = \frac{1}{2}\vec{DB} = \frac{1}{2}(a-b) = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b,$$

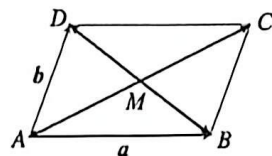


图 6.2-15

$$\overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b},$$

$$\overrightarrow{MD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = -\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}.$$

练习

- 任画一向量 \mathbf{e} , 分别求作向量 $\mathbf{a} - \mathbf{e}$, $\mathbf{b} - \mathbf{e}$.
- 点 C 在线段 AB 上, 且 $\frac{AC}{CB} = \frac{5}{7}$. 则 $\overrightarrow{AC} = \underline{\hspace{2cm}} \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{\hspace{2cm}} \overrightarrow{AB}$.
- 把下列各小题中的向量 \mathbf{b} 表示为实数与向量 \mathbf{a} 的积:

(1) $\mathbf{a} = 3\mathbf{e}$, $\mathbf{b} = 5\mathbf{e}$;	(2) $\mathbf{a} = 8\mathbf{e}$, $\mathbf{b} = -16\mathbf{e}$;
(3) $\mathbf{a} = -\frac{2}{3}\mathbf{e}$, $\mathbf{b} = \frac{1}{2}\mathbf{e}$;	(4) $\mathbf{a} = -\frac{3}{4}\mathbf{e}$, $\mathbf{b} = -\frac{3}{2}\mathbf{e}$.

探究

引入向量数乘运算后, 你能发现实数与向量的积与原向量之间的位置关系吗?

可以发现, 实数与向量的积与原向量共线.

事实上, 对于向量 \mathbf{a} ($\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$), \mathbf{b} . 如果有一个实数 λ , 使 $\mathbf{b} = \lambda\mathbf{a}$, 那么由向量数乘的定义可知 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 共线.

反过来, 已知向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 共线, 且向量 \mathbf{b} 的长度是向量 \mathbf{a} 的长度的 μ 倍, 即 $|\mathbf{b}| = \mu|\mathbf{a}|$, 那么当 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 同方向时, 有 $\mathbf{b} = \mu\mathbf{a}$, 当 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 反方向时, 有 $\mathbf{b} = -\mu\mathbf{a}$.

综上, 我们有如下定理:

向量 \mathbf{a} ($\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$) 与 \mathbf{b} 共线的充要条件是, 存在唯一一个实数 λ , 使 $\mathbf{b} = \lambda\mathbf{a}$.

根据这一定理, 设非零向量 \mathbf{a} 位于直线 l 上, 那么对于直线 l 上的任意一个向量 \mathbf{b} , 都存在唯一的一个实数 λ , 使 $\mathbf{b} = \lambda\mathbf{a}$. 也就是说, 位于同一直线上的向量可以由位于这条直线上的一个非零向量表示.

例 7 如图 0.2-16, 已知任意两个非零向量 \mathbf{a} , \mathbf{b} , 试作 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC} = \mathbf{a} + 3\mathbf{b}$. 猜想 A, B, C 三点之间的位置关系, 并证明你的猜想.



图 0.2-10

分析, 判断三点之间的位置关系, 主要是看这三点是否共线, 为此只要看其中一点是否在另两点所确定的直线上. 在本题中, 应用向量知识判断 A, B, C 三点是否共线, 可以通过判断向量 \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AB} 是否共线, 即是否存在 λ , 使 $\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{AB}$ 成立.

解：分别作向量 \vec{OA} ， \vec{OB} ， \vec{OC} ，过点 A ， C 作直线 AC （图 6.2-17）。观察发现，不论向量 a ， b 怎样变化，点 B 始终在直线 AC 上，猜想 A ， B ， C 三点共线。

事实上，因为

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = a + 2b - (a + b) = b,$$

$$\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = a + 3b - (a + b) = 2b,$$

所以 $\vec{AC} = 2\vec{AB}$ 。

因此， A ， B ， C 三点共线。

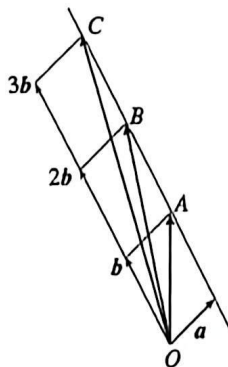


图 6.2-17

例 8 已知 a ， b 是两个不共线的向量，向量 $b - ta$ ， $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b$ 共线，求实数 t 的值。

解：由 a ， b 不共线，易知向量 $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b$ 为非零向量。由向量 $b - ta$ ， $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b$ 共线，可知存在实数 λ ，使得

$$b - ta = \lambda \left(\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b \right),$$

即

$$\left(t + \frac{1}{2}\lambda \right)a = \left(\frac{3}{2}\lambda + 1 \right)b.$$

由 a ， b 不共线，必有 $t + \frac{1}{2}\lambda = \frac{3}{2}\lambda + 1 = 0$ 。否则，不妨设 $t + \frac{1}{2}\lambda \neq 0$ ，则 $a = \frac{\frac{3}{2}\lambda + 1}{t + \frac{1}{2}\lambda}b$ 。由

两个向量共线的充要条件知， a ， b 共线，与已知矛盾。

$$\text{由} \begin{cases} t + \frac{1}{2}\lambda = 0, \\ \frac{3}{2}\lambda + 1 = 0, \end{cases} \text{解得 } t = \frac{1}{3}.$$

因此，当向量 $b - ta$ ， $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b$ 共线时， $t = \frac{1}{3}$ 。

练习

1. 判断下列各小题中的向量 a 与 b 是否共线：

(1) $a = -2e$ ， $b = 2e$ ；

(2) $a = e_1 - e_2$ ， $b = -2e_1 + 2e_2$ 。

2. 化简：

(1) $5(3a - 2b) + 4(2b - 3a)$ ；

(2) $\frac{1}{3}(a - 2b) - \frac{1}{4}(3a - 2b) - \frac{1}{2}(a - b)$ ；

(3) $(x + y)a - (x - y)a$ 。

3. 已知 e_1 ， e_2 是两个不共线的向量， $a = e_1 - 2e_2$ ， $b = 2e_1 + ke_2$ 。若 a 与 b 是共线向量，求实数 k 的值。

教材版本	人教版	课题名称	奇偶性
课题来源	普通高中教科书（必修 第一册）数学 A 版 第三章 3.2.2		

根据以下提供的教材内容，按第 1 课时的内容进行试教。

3.2.2 奇偶性

前面我们用符号语言精确地描述了函数图象在定义域的某个区间上“上升”（或“下降”）的性质，下面继续研究函数的其他性质。

画出并观察函数 $f(x)=x^2$ 和 $g(x)=2-|x|$ 的图象（图 3.2-6），你能发现这两个函数图象有什么共同特征吗？

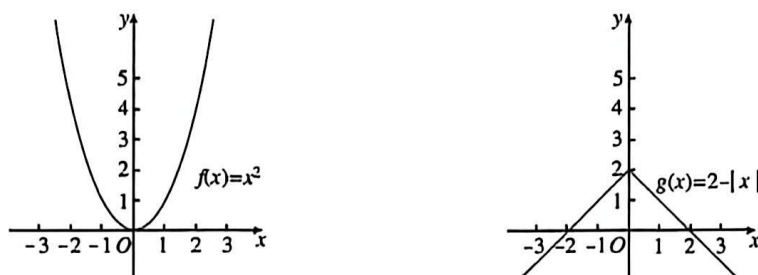


图 3.2-6

可以发现，这两个函数的图象都关于 y 轴对称。

探究

类比函数单调性，你能用符号语言精确地描述“函数图象关于 y 轴对称”这一特征吗？

不妨取自变量的一些特殊值，观察相应函数值的情况，如表 3.2-1。

表 3.2-1

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$f(x)=x^2$...	9	4	1	0	1	4	9	...
$g(x)=2- x $...	-1	0	1	2	1	0	-1	...

可以发现，当自变量取一对相反数时，相应的两个函数值相等。

例如，对于函数 $f(x)=x^2$ ，有

$$f(-3)=9=f(3);$$

$$f(-2)=4=f(2);$$

$$f(-1)=1=f(1).$$

实际上， $\forall x \in \mathbf{R}$ ，都有 $f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$ ，

这时称函数 $f(x)=x^2$ 为偶函数。

请你仿照这个过程，说明函数 $g(x)=2-|x|$ 也是偶函数。

一般地, 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 如果 $\forall x \in D$, 都有 $-x \in D$, 且 $f(-x) = f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做偶函数 (even function).

例如, 函数 $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = \frac{2}{x^2 + 11}$ 都是偶函数, 它们的图象分别如图 3.2-7 (1)(2) 所示.

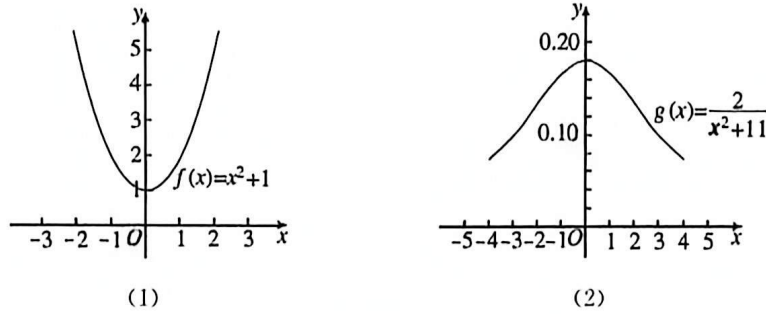


图 3.2-7

探究

观察函数 $f(x) = x$ 和 $g(x) = \frac{1}{x}$ 的图象 (图 3.2-8), 你能发现这两个函数图象有什么共同特征吗? 你能用符号语言精确地描述这一特征吗?

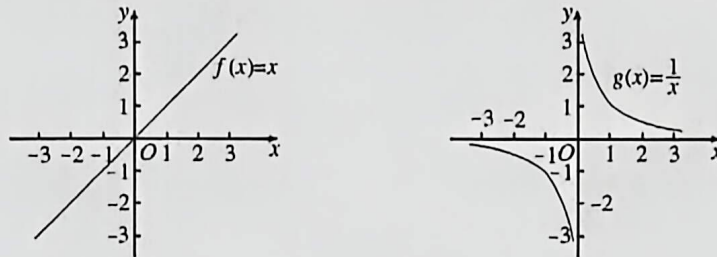


图 3.2-8

可以发现, 两个函数的图象都关于原点成中心对称图形. 为了用符号语言描述这一特征, 不妨取自变量的一些特殊值, 看相应函数值的情况, 请完成表 3.2-2.

表 3.2-2

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$f(x) = x$
$g(x) = \frac{1}{x}$

可以发现, 当自变量 x 取一对相反数时, 相应的函数值 $f(x)$ 也是一对相反数.

例如, 对于函数 $f(x)=x$, 有

$$f(-3)=-3=-f(3);$$

$$f(-2)=-2=-f(2);$$

$$f(-1)=-1=-f(1).$$

实际上, $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(-x)=-x=-f(x)$. 这时称函数 $f(x)=x$ 为奇函数.

一般地, 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 如果 $\forall x \in D$, 都有一 $x \in D$, 且 $f(-x)=-f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数 (odd function).

请你仿照这个过程, 说明函数 $g(x)=\frac{1}{x}$ 也是奇函数.

例 6 判断下列函数的奇偶性:

(1) $f(x)=x^4$; (2) $f(x)=x^5$;

(3) $f(x)=x+\frac{1}{x}$; (4) $f(x)=\frac{1}{x^2}$.

解: (1) 函数 $f(x)=x^4$ 的定义域为 \mathbf{R} .

因为 $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有一 $x \in \mathbf{R}$, 且

$$f(-x)=(-x)^4=x^4=f(x).$$

所以, 函数 $f(x)=x^4$ 为偶函数.

(2) 函数 $f(x)=x^5$ 的定义域为 \mathbf{R} .

因为 $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有一 $x \in \mathbf{R}$, 且

$$f(-x)=(-x)^5=-x^5=-f(x),$$

所以, 函数 $f(x)=x^5$ 为奇函数.

(3) 函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}$ 的定义域为 $\{x|x \neq 0\}$.

因为 $\forall x \in \{x|x \neq 0\}$, 都有一 $x \in \{x|x \neq 0\}$, 且

$$f(-x)=-x+\frac{1}{-x}=-\left(x+\frac{1}{x}\right)=-f(x),$$

所以, 函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}$ 为奇函数.

(4) 函数 $f(x)=\frac{1}{x^2}$ 的定义域为 $\{x|x \neq 0\}$.

因为 $\forall x \in \{x|x \neq 0\}$, 都有一 $x \in \{x|x \neq 0\}$, 且

$$f(-x)=\frac{1}{(-x)^2}=\frac{1}{x^2}=f(x),$$

所以, 函数 $f(x)=\frac{1}{x^2}$ 为偶函数.

奇偶性是函数在它的定义域上的整体性质, 所以判断函数的奇偶性应先明确它的定义域.

思考

- (1) 判断函数 $f(x)=x^3+x$ 的奇偶性.
- (2) 图 3.2-9 是函数 $f(x)=x^3+x$ 图象的一部分, 你能根据 $f(x)$ 的奇偶性画出它在 y 轴左边的图象吗?
- (3) 一般地, 如果知道 $y=f(x)$ 为偶(奇)函数, 那么我们可以怎样简化对它的研究?

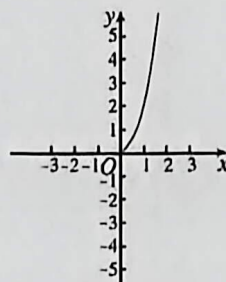
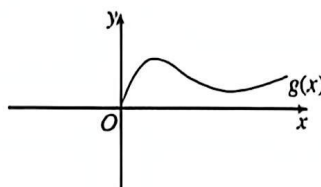
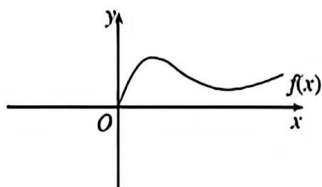


图 3.2-9

练习

1. 已知 $f(x)$ 是偶函数, $g(x)$ 是奇函数, 试将下图补充完整.



(第 1 题)

2. 判断下列函数的奇偶性:

(1) $f(x)=2x^4+3x^2$;

(2) $f(x)=x^3-2x$.

3. (1) 从偶函数的定义出发, 证明函数 $y=f(x)$ 是偶函数的充要条件是它的图象关于 y 轴对称;
 (2) 从奇函数的定义出发, 证明函数 $y=f(x)$ 是奇函数的充要条件是它的图象关于原点对称.

教材版本	外语教学与研究出版社	课题名称	Exploring English
课题来源	普通高中教科书（必修 第一册）英语 Unit 2 Understanding ideas		

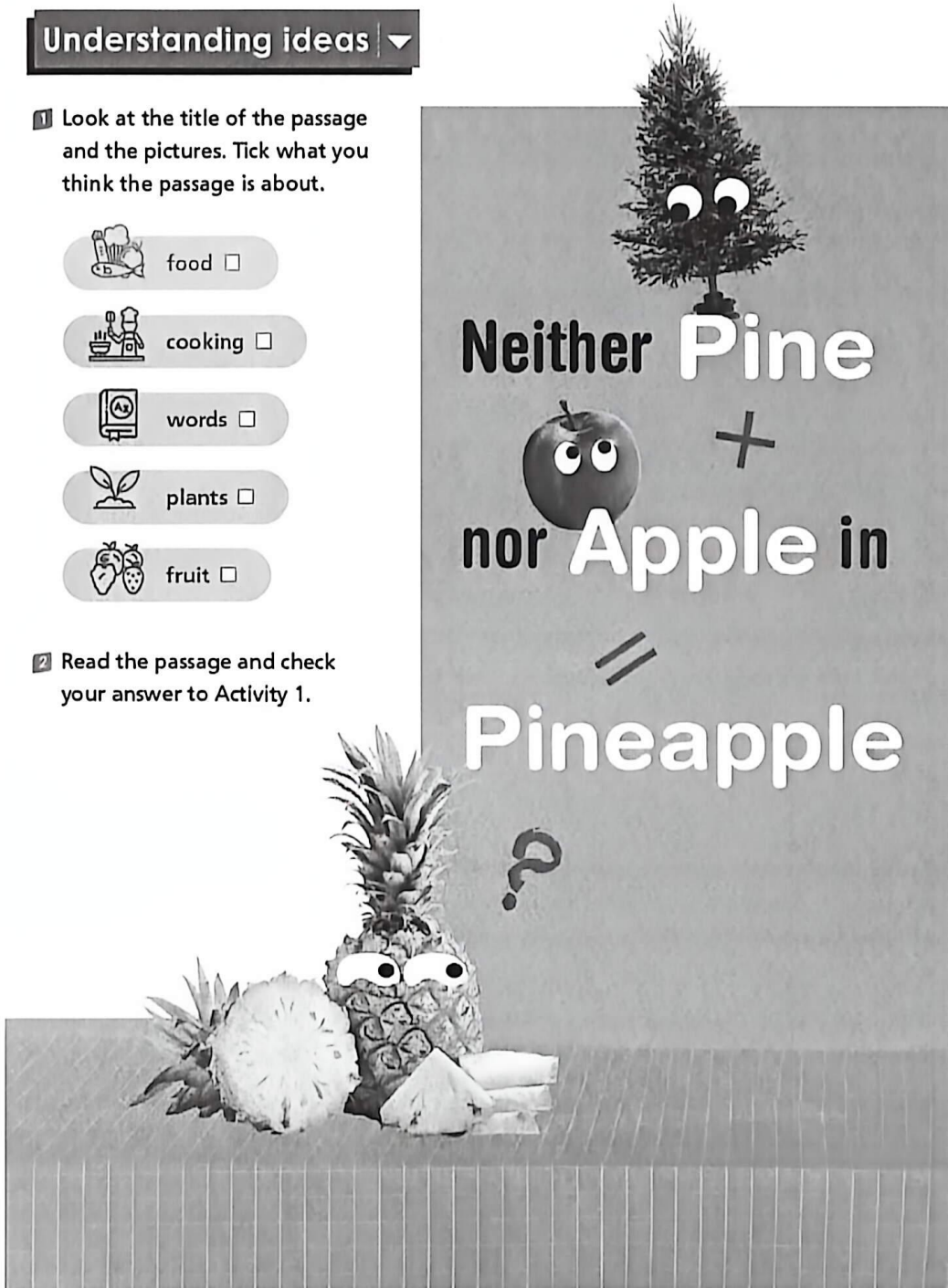
根据以下提供的教材内容，按第 1 课时的内容进行试教。

Understanding ideas ▾

- 1 Look at the title of the passage and the pictures. Tick what you think the passage is about.



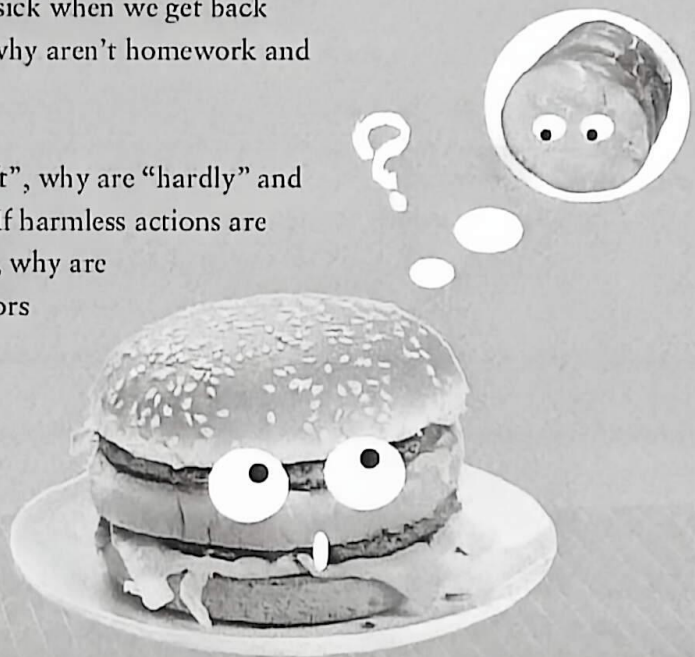
- 2 Read the passage and check your answer to Activity 1.



¹ **H**ave you ever asked yourself why people often have trouble learning English? I hadn't, until one day my five-year-old son asked me whether there was ham in a hamburger. There isn't. This made me realize that there's no egg in eggplant either. Neither is there pine nor apple in pineapple. This got me thinking how English can be a crazy language to learn.

² For example, in our free time we can sculpt a sculpture and paint a painting, but we take a photo. And when we are traveling we say that we are in the car or the taxi, but on the train or bus! While we're doing all this traveling, we can get seasick at sea, airsick in the air and carsick in a car, but we don't get homesick when we get back home. And speaking of home, why aren't homework and housework the same thing?

³ If "hard" is the opposite of "soft", why are "hardly" and "softly" not an opposing pair? If harmless actions are the opposite of harmful actions, why are shameless and shameful behaviors the same?









- 4 When we look out of the window and see rain or snow, we can say “it’s raining” or “it’s snowing”. But when we see sunshine, we can’t say “it’s sunshining”.
- 5 Even the smallest words can be confusing. When you see the capitalized “WHO” in a medical report, do you read it as the “who” in “Who’s that?” What about “IT” and “US”?
- 6 You also have to wonder at the unique madness of a language in which a house can burn up as it burns down, in which you fill in a form by filling it out, and in which an alarm is only heard once it goes off!
- 7 English was invented by people, not computers, and it reflects the creativity of the human race. That is why when the stars are out, they are visible, but when the lights are out, they are invisible. And that is why when I wind up my watch, it starts, but when I wind up this passage, it ends.



- 3** Choose the author’s purpose in writing the passage.
- 1 To tell us that English is very difficult to learn.
 - 2 To give advice on how to learn English.
 - 3 To show that English is interesting and creative.
 - 4 To explain how English was created.

4 Complete the notes with words from the passage.

In order to support his idea, the author uses many examples that show the ¹_____ madness of English.

no egg in eggplant no ham in ² _____ neither pine nor apple in ³ _____ 	sculpt a sculpture paint a(n) ⁴ _____ BUT take a photo 	seasick → sick at sea ⁵ _____ → sick in the air ⁶ _____ → sick in a car BUT ⁷ _____ ↗ sick at home 	"Hard" is the opposite of "soft". "Hardly" and "softly" are not a(n) ⁸ _____ pair.
"Harmless" is the opposite of "harmful". Shameful and shameless ⁹ _____ are the same.	burn up → burn down fill in a form → ¹⁰ _____ a form 	Stars are out. → They are visible. Lights are out. → They are ¹¹ _____. 	I wind up my watch. → It starts. I wind up the passage. → It ¹² _____. 

The reason is that English was invented by people, and it ¹³_____ the creativity of the human race.

5 Read the following information and answer the questions.

The word "pineapple" developed from the Spanish word "piña", which means pine cone. When it came to England, "apple" was added to show it is a kind of fruit.

The origin of "hamburger" was a hard beef steak called "Hamburg steak", eaten without bread. Later, people reinvented it and called it "hamburger".

Eggplants used to be smaller and yellow or white. They looked a bit like eggs, which led to the name "eggplant".

- 1 How did pineapples, hamburgers and eggplants get their names?
- 2 Does the information above give you a better understanding of the passage? Give your reasons.

Think & Share

- 1 Do you agree with the author's opinion about the English language? Give your reasons.
- 2 What do you find most challenging about learning English? How do you deal with this?

教材版本	外语教学与研究出版社	课题名称	At one with nature
课题来源	普通高中教科书（必修 第一册）英语 Unit 6 Understanding ideas		

根据以下提供的教材内容，按第 1 课时的内容进行试教。

Understanding ideas ▾

- 1 Look at the pictures and talk about what you know about the Zhuang and Yao ethnic groups.



Zhuang people



Yao people

- 2 Read the passage and find out what problems the local people solved by working with nature.

1 Imagine mountains wrapped in silver water, shining in the spring sun. Summer sees the mountains turn bright green with growing rice. During autumn, these same mountains are gold, and in winter they are covered in sheets of white frost. These are the colours of the Longji Rice Terraces.

- 2 These terraces were built by the local Zhuang and Yao people, to whom Guangxi is home. Starting in the Yuan Dynasty, work on the terraces took hundreds of years, until its completion in the early Qing Dynasty. Reaching as

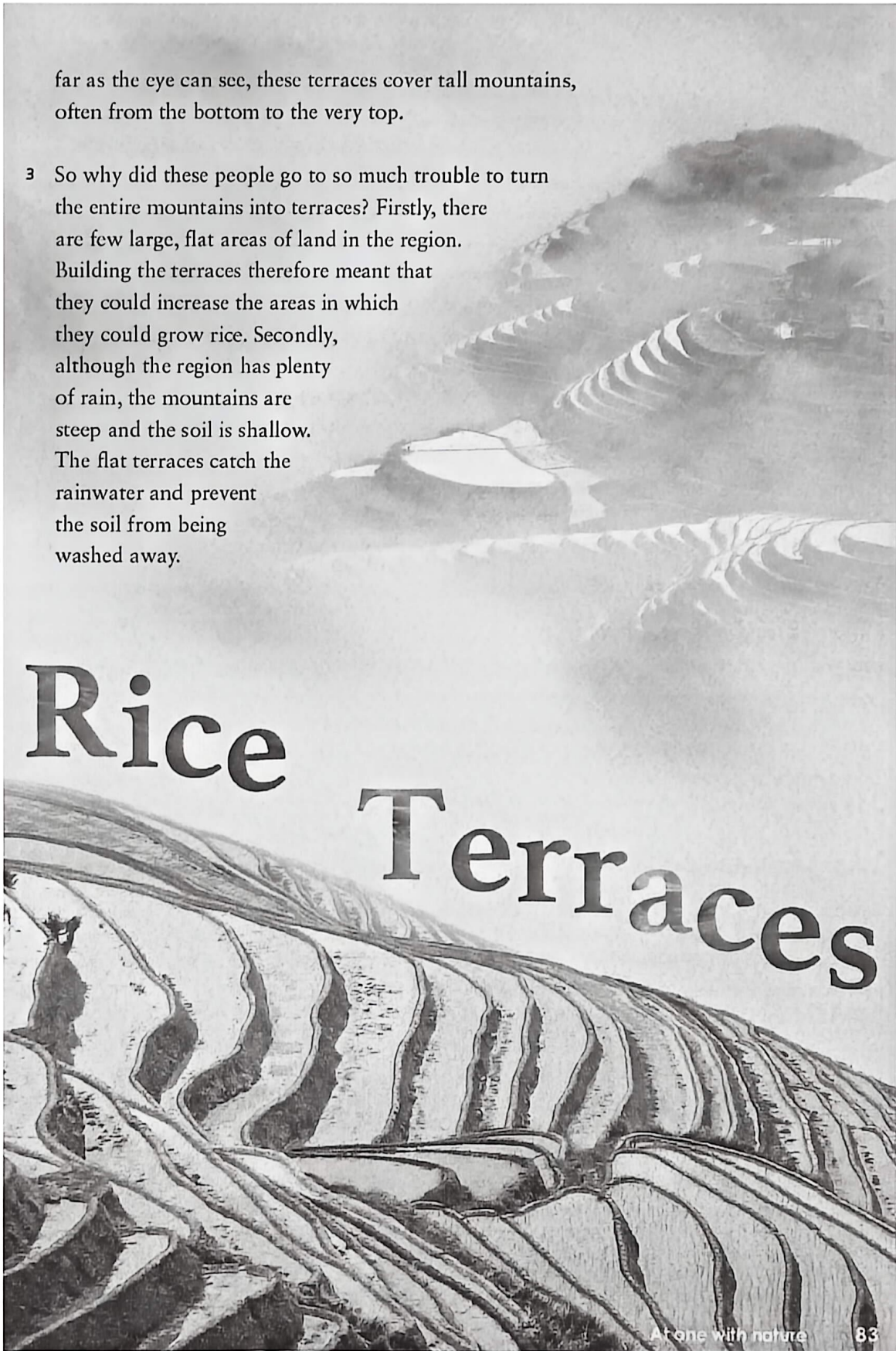
Longji

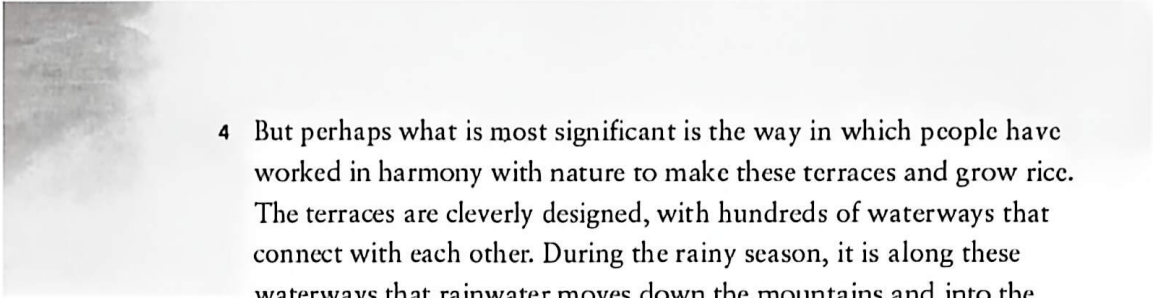


far as the eye can see, these terraces cover tall mountains, often from the bottom to the very top.

- 3 So why did these people go to so much trouble to turn the entire mountains into terraces? Firstly, there are few large, flat areas of land in the region. Building the terraces therefore meant that they could increase the areas in which they could grow rice. Secondly, although the region has plenty of rain, the mountains are steep and the soil is shallow. The flat terraces catch the rainwater and prevent the soil from being washed away.

Rice Terraces



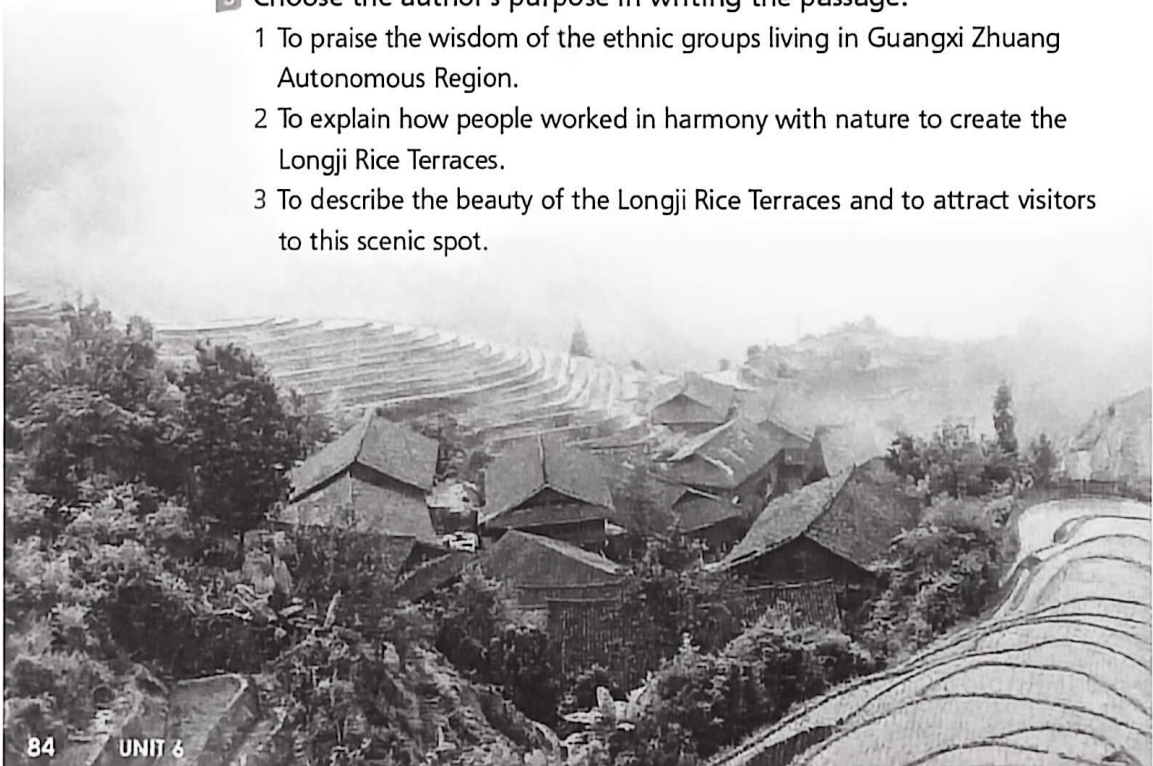


- 4 But perhaps what is most significant is the way in which people have worked in harmony with nature to make these terraces and grow rice. The terraces are cleverly designed, with hundreds of waterways that connect with each other. During the rainy season, it is along these waterways that rainwater moves down the mountains and into the terraces. The sun heats the water and turns it into vapour. This forms clouds from which rain falls down onto the mountain terraces once again. These terraces also provide a perfect environment for birds and fish, some of which feed on insects that can harm the rice crops.

- 5 Although modern technology could help produce more crops, these terraces still mean a lot to the local people for whom traditions hold much value. This knowledge is passed down through families, which means that new generations continue to use ancient methods of agriculture to maintain the terraces. Today, the Longji Rice Terraces attract thousands of visitors who come to admire this great wonder created by people and nature working together.

3 Choose the author's purpose in writing the passage.

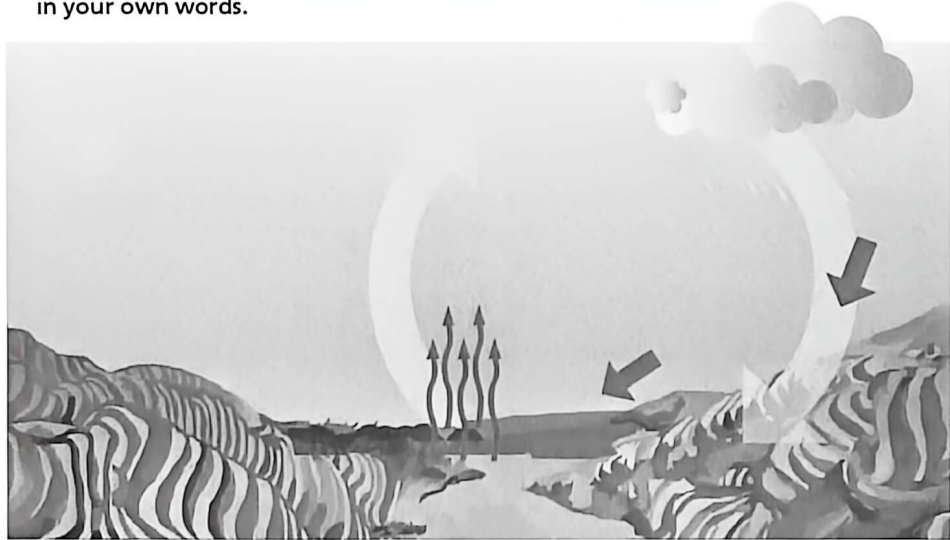
- 1 To praise the wisdom of the ethnic groups living in Guangxi Zhuang Autonomous Region.
- 2 To explain how people worked in harmony with nature to create the Longji Rice Terraces.
- 3 To describe the beauty of the Longji Rice Terraces and to attract visitors to this scenic spot.



4 Read the summary of the passage and correct four factual mistakes.

The Longji Rice Terraces were built by the local Zhuang ethnic group alone. Though there are many large, flat areas in the region, they built terraces on the mountains to have more areas to grow rice. The terraces are cleverly designed, and can wash away the shallow soil. There are hundreds of waterways, along which rainwater moves down the mountains and into the terraces. Today, local people use modern methods to maintain the terraces, and they attract lots of visitors from all over the country.

5 Work in pairs. Read the passage again and find out the working principle of the Longji Rice Terraces. Then use the picture to retell it in your own words.



- 1 Why do the local people still keep their traditional way of growing rice?
- 2 In what other ways do people live in harmony with nature? Give examples.

Think & Share

At one with nature

85